**Algebre**

|  |  |
| --- | --- |
| **Année** | **Évènement** |
|  |  |
| [-1800](https://fr.wikipedia.org/wiki/-1800)-[200](https://fr.wikipedia.org/wiki/200) | Les origines de l'algèbre. |
|  |  |
| Vers le [XVIIIe siècle av. J.-C.](https://fr.wikipedia.org/wiki/XVIIIe_si%C3%A8cle_av._J.-C.) | Les scribes [babyloniens](https://fr.wikipedia.org/wiki/P%C3%A9riode_pal%C3%A9o-babylonienne) recherchent la solution d'une équation quadratique. Voir [Tablette de Strasbourg](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Tablette_de_Strasbourg&action=edit&redlink=1) [**(en)**](https://en.wikipedia.org/wiki/Strassburg_tablet). |
| Vers le [XVIIIe siècle av. J.-C.](https://fr.wikipedia.org/wiki/XVIIIe_si%C3%A8cle_av._J.-C.) | La tablette [*Plimpton 322*](https://fr.wikipedia.org/wiki/Plimpton_322) écrite à [Babylone](https://fr.wikipedia.org/wiki/Babylone) en écriture [Cunéiforme](https://fr.wikipedia.org/wiki/Cun%C3%A9iforme) donne une table de [triplets pythagoriciens](https://fr.wikipedia.org/wiki/Triplet_pythagoricien). |
| Vers le [VIIIe siècle av. J.-C.](https://fr.wikipedia.org/wiki/VIIIe_si%C3%A8cle_av._J.-C.) | Le mathématicien indien [Baudhayana](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Baudhayana&action=edit&redlink=1) [**(en)**](https://en.wikipedia.org/wiki/Baudhayana), dans son *Baudhayana* [*Sulba Sutra*](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Sulba_Sutras&action=edit&redlink=1)[**(en)**](https://en.wikipedia.org/wiki/Shulba_Sutras), découvre les triplets pythagoriciens de façon algébrique et une solution géométrique des équations linéaires et des équations quadratiques de la forme ax2 = c and ax2 + bx = c, enfin, il trouve deux ensembles de solutions entières et positives à un système d'[équations diophantiennes](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_diophantienne). |
| Vers le [VIIe siècle av. J.-C.](https://fr.wikipedia.org/wiki/VIIe_si%C3%A8cle_av._J.-C.) | Le mathématicien indien [Apastamba](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Apastamba&action=edit&redlink=1) [**(en)**](https://en.wikipedia.org/wiki/Apastamba), dans son *Apastamba Sulba Sutra*, résout les équations linéaires générales et utilise les systèmes d'équations diophantiennes comportant jusqu'à cinq inconnues. |
| Vers le [IVe siècle av. J.-C.](https://fr.wikipedia.org/wiki/IVe_si%C3%A8cle_av._J.-C.) | Dans le livre II de ses Éléments, [Euclide](https://fr.wikipedia.org/wiki/Euclide) donne une construction géométrique à la règle et au compas de la solution d'une équation quadratique pour des racines réelles et positives. La construction est un résultat de l'école de géométrie de Pythagore. |
| Vers le [IVe siècle av. J.-C.](https://fr.wikipedia.org/wiki/IVe_si%C3%A8cle_av._J.-C.) | Une construction géométrique de la solution des équations cubiques est soulevée (le problème de la [duplication du cube](https://fr.wikipedia.org/wiki/Duplication_du_cube)). Il est connu que celui-ci n'a pas de solution [constructible à la règle et au compas](https://fr.wikipedia.org/wiki/Construction_%C3%A0_la_r%C3%A8gle_et_au_compas). |
| Vers [150](https://fr.wikipedia.org/wiki/150) | Le mathématicien grec [Héron d'Alexandrie](https://fr.wikipedia.org/wiki/H%C3%A9ron_d%27Alexandrie) traite des équations algébriques dans ses trois volumes de mathématiques. |
|  |  |
| [100](https://fr.wikipedia.org/wiki/100)-[800](https://fr.wikipedia.org/wiki/800) | De [Diophante](https://fr.wikipedia.org/wiki/Diophante) à [Al-Khwarizmi](https://fr.wikipedia.org/wiki/Al-Khwarizmi), l'algèbre se dégage de la géométrie. |
|  |  |
| Vers [200](https://fr.wikipedia.org/wiki/200) | Le mathématicien hellénistique [Diophante](https://fr.wikipedia.org/wiki/Diophante) qui vécut à Alexandrie, et souvent considéré comme le père de l'algèbre, écrit son fameux [*Arithmetica*](https://fr.wikipedia.org/wiki/Arithmetica), un travail préfigurant la théorie des équations algébriques et la théorie des nombres. |
| Vers [300](https://fr.wikipedia.org/wiki/300) | Des équations algébriques sont traitées dans le manuel chinois de mathématiques de [Liu Hui](https://fr.wikipedia.org/wiki/Liu_Hui) *Jiuzhang suanshu* ([*Les Neuf Chapitres sur l'art mathématique*](https://fr.wikipedia.org/wiki/Les_Neuf_Chapitres_sur_l%27art_math%C3%A9matique)), qui contient la solution de systèmes linéaires utilisant la [méthode de la fausse position](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_de_la_fausse_position), des solutions géométriques d'équations quadratiques et la recherche de matrices équivalentes selon la méthode de Sylvester-Gauss. |
| [499](https://fr.wikipedia.org/wiki/499) | Le mathématicien indien [Aryabhata](https://fr.wikipedia.org/wiki/Aryabhata), dans son traité *Aryabhatiya*, obtient le nombre complet de solutions d'un système d'équations linéaires par des méthodes équivalentes aux méthodes modernes, et décrit la solution générale de telles équations. Il donne également des solutions d'[équations différentielles](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_diff%C3%A9rentielle). |
| Vers [625](https://fr.wikipedia.org/wiki/625) | Le mathématicien chinois [Wang Xiaotong](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Wang_Xiaotong&action=edit&redlink=1) [**(en)**](https://en.wikipedia.org/wiki/Wang_Xiaotong) trouve les solutions numériques d'une équation cubique. |
| [628](https://fr.wikipedia.org/wiki/628) | Le mathématicien indien [Brahmagupta](https://fr.wikipedia.org/wiki/Brahmagupta), dans son traité *Brahma Sputa Siddhanta*, s'aide d'[une identité remarquable](https://fr.wikipedia.org/wiki/Identit%C3%A9_de_Brahmagupta) pour résoudre des équations quadratiques, dont [l'équation de Pell](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_de_Pell-Fermat), et donne des règles pour résoudre les équations linéaires et quadratiques. Il découvre que les [équations du second degré](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_du_second_degr%C3%A9) ont deux [racines](https://fr.wikipedia.org/wiki/Racine_d%27un_polyn%C3%B4me), dont les négatives et les irrationnelles. |
| Vers [800](https://fr.wikipedia.org/wiki/800) | Les califes [abbassides](https://fr.wikipedia.org/wiki/Abbassides) [al-Mansur](https://fr.wikipedia.org/wiki/Al-Mansur_(Abbasside)), [Haroun ar-Rachid](https://fr.wikipedia.org/wiki/Haroun_ar-Rachid), et [Al-Mamun](https://fr.wikipedia.org/wiki/Al-Mamun_(Abbasside)), ont fait traduire les travaux scientifiques des Grecs, des Babyloniens et des Indiens en langue arabe. Commence ainsi, au Moyen-Orient, une renaissance de la culture scientifique. Bagdad devient une nouvelle Alexandrie, particulièrement sous le règne d'Al-Mamun (809-833). À la suite d'un rêve où lui serait apparu Aristote, le calife a demandé à ce qu'on traduise tout ce qu'on connaissait des Grecs, y compris l'[Almageste](https://fr.wikipedia.org/wiki/Almageste) de [Ptolémée](https://fr.wikipedia.org/wiki/Ptol%C3%A9m%C3%A9e) et une version complète des éléments d'Euclide. Al-Mamun fit construire à Baghdad une « Maison de la Sagesse » (Bait al-hikma) afin de rivaliser avec l'ancien Museum d'Alexandrie. |
|  |  |
| [800](https://fr.wikipedia.org/wiki/800)-[1600](https://fr.wikipedia.org/wiki/1600) | D'[Al-Khawarizmi](https://fr.wikipedia.org/wiki/Al-Khawarizmi) à [Stevin](https://fr.wikipedia.org/wiki/Simon_Stevin), l'algèbre établit ses procédures. |
|  |  |
| [820](https://fr.wikipedia.org/wiki/820) | Le mot *algèbre* naît. Il dérive de l'opération qui consiste à diviser les deux membres d'une égalité par une même quantité (non nulle). Il ne peut être séparé qu'au prix d'une mutilation du terme « Al'muqabala », (transposition) aujourd'hui inusité, qui désigne la soustraction aux deux membres d'une même quantité.  Ces deux termes forment le projet algorithmique décrit par Al-Khawarizmi dans son [*Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison*](https://fr.wikipedia.org/wiki/Abr%C3%A9g%C3%A9_du_calcul_par_la_restauration_et_la_comparaison).  On obtient ainsi la solution des [équations linéaires](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_lin%C3%A9aire). Al-Khwarizmi est souvent considéré comme le père de l'algèbre médiévale, car il dégage celle-ci de l'emprise géométrique. |
| Vers [850](https://fr.wikipedia.org/wiki/850) | Le mathématicien persan [Al-Mahani](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Al-Mahani&action=edit&redlink=1) [**(en)**](https://en.wikipedia.org/wiki/Al-Mahani) conçoit l'idée de réduire géométriquement le problème de la duplication du cube à un problème algébrique. |
| Vers [850](https://fr.wikipedia.org/wiki/850) | Le mathématicien indien [Mahavira](https://fr.wikipedia.org/wiki/Mahavira) résout différentes équations paramétrées de degrés élevés. |
| Vers [990](https://fr.wikipedia.org/wiki/990) | Le mathématicien persan [Al-Karaji](https://fr.wikipedia.org/wiki/Al-Karaji) (ou al-Karkhi), dans son ouvrage l'*Al-Fakhri*, développe la méthode d'Al-Khwarizmi. Il définit les monômes x, x2, x3, ... et 1/x, 1/x2, 1/x3, ... Il donne des règles qui régissent le produit de ceux-ci. Il découvre la première solution des équations de la forme ax2n + bxn = c. |
| Vers [1050](https://fr.wikipedia.org/wiki/1050) | Le mathématicien chinois [Jia Xian](https://fr.wikipedia.org/wiki/Jia_Xian) trouve des solutions numériques d'équations de degrés élevés. |

**Probabilités statistiques**

L'**histoire des probabilités** a commencé avec celle du **hasard** et notamment des [jeux de hasard](https://fr.wikipedia.org/wiki/Jeux_de_hasard). Bien que quelques **calculs de probabilité** soient apparus dans des applications précises au Moyen Âge, ce n'est qu'au XVIIe siècle que la [**théorie des probabilités**](https://fr.wikipedia.org/wiki/Probabilit%C3%A9s_(math%C3%A9matiques_%C3%A9l%C3%A9mentaires)) prend vraiment ses débuts. Elles évolue sans vrai formalisme pendant deux siècles autour du célèbre [problème des partis](https://fr.wikipedia.org/wiki/Probl%C3%A8me_des_partis), de problèmes d'urnes ou d'autres problèmes issus de jeux. Apparaît alors la [**théorie classique des probabilités**](https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie_des_probabilit%C3%A9s) basée sur la [théorie de la mesure](https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie_de_la_mesure) et la [théorie de l'intégration](https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie_de_l%27int%C3%A9gration). Cette théorie s'est depuis lors diversifiée dans de nombreuses applications.

Les discussions entre scientifiques, la publication des ouvrages et leur transmission étant difficiles à certaines époques, certaines questions historiques restent difficiles à résoudre ; c'est le cas de la paternité [[C'est-à-dire ?]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Aide:Pr%C3%A9ciser_un_fait) de la théorie des probabilités.

Le véritable début de la théorie des probabilités date de la correspondance entre [Pierre de Fermat](https://fr.wikipedia.org/wiki/Pierre_de_Fermat) et [Blaise Pascal](https://fr.wikipedia.org/wiki/Blaise_Pascal) en 1654 au sujet d'une désormais célèbre question posée par [Antoine Gombaud](https://fr.wikipedia.org/wiki/Antoine_Gombaud,_chevalier_de_M%C3%A9r%C3%A9) (dit chevalier de Méré) : *le* [*problème des partis*](https://fr.wikipedia.org/wiki/Probl%C3%A8me_des_partis)[[8]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry19-15) ou *problèmes des points*[[9]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Dalang128-16). « Il avait pour objet de déterminer la proportion suivant laquelle l'enjeu doit être partagé entre les joueurs lorsqu'ils conviennent de ne point achever la partie, et qu'il leur reste à prendre pour la gagner, des nombres de points inégaux. Pascal en donna le premier la solution, mais pour le cas de deux joueurs seulement ; il fut ensuite résolu pour Fermat, dans le cas général d'un nombre quelconque de joueurs. » ([Poisson](https://fr.wikipedia.org/wiki/Sim%C3%A9on_Denis_Poisson)[[8]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry19-15)). Citons les travaux : *Adresse à Académie parisienne de mathématiques* de Pascal (1654)[[10]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Courtebras15-17).

À la suite d'un séjour à Paris[[11]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry18-18) en 1655, [Christian Huygens](https://fr.wikipedia.org/wiki/Christian_Huygens) prend connaissance de cette discussion à l'Académie Parisienne et publie en 1657 le premier traité sur la théorie probabiliste : *De ratiociniis in ludo aleae* (raisonnements sur les jeux de dés). C'est dans une lettre adressée à Frans Van Shooten, qui a traduit son traité en latin dans *Mathematische Oeffeningen*, qu'il attribue la paternité de la théorie des probabilités à Pascal et Fermat[[11]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry18-18) :

« Il faut savoir d'ailleurs qu'il y a un certain temps que quelques-uns des plus Célèbres Mathématiciens de toute la France se sont occupés de ce genre de calcul, afin que personne ne m'attribue l'honneur de la première Invention qui ne m'appartient pas. »

Puisqu'il fallait un certain délai entre l'écriture[[11]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry18-18), la publication des œuvres et la diffusion de ces dernières, la paternité de la théorie des probabilités n'est pas unanime. Si la date de publication compte, c'est Huygens que revient l'honneur d'être appelé le père de la théorie des probabilités, cependant si la date d'écrit compte, c'est à [Jérôme Cardan](https://fr.wikipedia.org/wiki/Girolamo_Cardano) que revient ce droit[[8]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry19-15). Cependant la mauvaise réputation de Cardan a plus fait pencher la paternité sur Pascal et Fermat[[8]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry19-15). [Leibniz](https://fr.wikipedia.org/wiki/Leibniz) (1646-1716) ne cite que Pascal, Fermat et Huygens ; [Montmort](https://fr.wikipedia.org/wiki/Pierre_R%C3%A9mond_de_Montmort) (1678-1719) cite Cardan mais d'une manière restrictive ; [Montucla](https://fr.wikipedia.org/wiki/Jean-%C3%89tienne_Montucla) (1725-1799), [Laplace](https://fr.wikipedia.org/wiki/Pierre-Simon_de_Laplace) (1749-1827) et [Poisson](https://fr.wikipedia.org/wiki/Sim%C3%A9on_Denis_Poisson) (1781-1840) ne citent que Pascal et Fermat[[8]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry19-15).

Le terme **probabilité** a été utilisé au Moyen Âge en [jurisprudence](https://fr.wikipedia.org/wiki/Jurisprudence). Il est issu du latin « probare » qui signifie « prouver » ainsi désigne l'appréciation des éléments de preuves lors d'un jugement tels que les preuves, les indices ou les témoignages[[pas clair]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Wikip%C3%A9dia:Style_encyclop%C3%A9dique#Clair). En 1361, le **calcul des probabilités** est alors une « science dont le but est de déterminer la vraisemblance d'un évènement »[[7]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry25-12). Une opinion est alors **probable** si elle « a une apparence de vérité ». Le mathématicien [Marin Mersenne](https://fr.wikipedia.org/wiki/Marin_Mersenne) utilise ces termes en 1637[[7]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry25-12) :

« Question XXIV : Peut-on savoir en vray à quelle heure, à quel jour, en quel mois, et en quelle année le monde a commencé, et quand il finira.

Il est certain que nul ne peut sçavoir sans révélation en quelle année ... Dieu a creé le monde, car les plus sçavans Chronologues avoüent ingenuëment qu'ils ne vont qu'à tastons, et qu'ils ne que des conjectures, ou des probabilitez, ... »

Les avis et opinions des autorités morales et religieuses étaient *probables*. Sous l'influence entre autres de [Bartolomé de Medina](https://fr.wikipedia.org/wiki/Bartolom%C3%A9_de_Medina) et des [jésuites](https://fr.wikipedia.org/wiki/J%C3%A9suites), il apparut alors au XVIe siècle et XVIIe siècle une doctrine religieuse appelée **probabilisme** qui « juge impossible d'arriver à la certitude et recommande de s'en tenir à ce qui est le plus probable »[[7]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-Henry25-12).

Cette théologie morale a été très critiquée à partir du milieu du XVIIe siècle[[a 6]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-catholic-13) comme introduisant le relativisme moral, en particulier par les [jansénistes](https://fr.wikipedia.org/wiki/Jans%C3%A9nisme) et par [Blaise Pascal](https://fr.wikipedia.org/wiki/Blaise_Pascal), qui sera, par ailleurs, l'un des fondateurs du traitement mathématique du probable[[a 7]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_probabilit%C3%A9s#cite_note-14).

**Analyse**

L'**analyse** (du grec *άναλύειν*, *analuein*) a pour point de départ la formulation rigoureuse du [calcul infinitésimal](https://fr.wikipedia.org/wiki/Calcul_infinit%C3%A9simal). C'est la branche des [mathématiques](https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques) qui traite explicitement de la notion de [limite](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limite_(math%C3%A9matiques)), que ce soit la [limite d'une suite](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limite_d%27une_suite) ou la limite d'une fonction. Elle inclut également des notions comme la [continuité](https://fr.wikipedia.org/wiki/Continuit%C3%A9_(math%C3%A9matiques)), la [dérivation](https://fr.wikipedia.org/wiki/D%C3%A9riv%C3%A9e) et l'[intégration](https://fr.wikipedia.org/wiki/Int%C3%A9gration_(math%C3%A9matiques)). Ces notions sont étudiées dans le contexte des [nombres réels](https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombres_r%C3%A9els) ou des [nombres complexes](https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombres_complexes). Cependant, elles peuvent aussi être définies et étudiées dans le contexte plus général des [espaces métriques](https://fr.wikipedia.org/wiki/Espace_m%C3%A9trique) ou [topologiques](https://fr.wikipedia.org/wiki/Espace_topologique).

Dans l'[Antiquité](https://fr.wikipedia.org/wiki/Antiquit%C3%A9) et au [Moyen Âge](https://fr.wikipedia.org/wiki/Moyen_%C3%82ge) respectivement, les [mathématiciens grecs](https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques_de_la_Gr%C3%A8ce_antique) et [indiens](https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques_indiennes) se sont intéressés à l'[infinitésimal](https://fr.wikipedia.org/wiki/Infinit%C3%A9simal) et ont obtenu des résultats prometteurs mais fragmentaires.

L'analyse moderne a été fondée au [XVIIe siècle](https://fr.wikipedia.org/wiki/XVIIe_si%C3%A8cle) avec le calcul infinitésimal de [Newton](https://fr.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton) et [Leibniz](https://fr.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_von_Leibniz).

Au [XIXe siècle](https://fr.wikipedia.org/wiki/XIXe_si%C3%A8cle), [Cauchy](https://fr.wikipedia.org/wiki/Augustin_Louis_Cauchy) introduisit le concept de [suite de Cauchy](https://fr.wikipedia.org/wiki/Suite_de_Cauchy) et commença la théorie formelle de l'[analyse complexe](https://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_complexe). [Poisson](https://fr.wikipedia.org/wiki/Sim%C3%A9on_Denis_Poisson), [Liouville](https://fr.wikipedia.org/wiki/Joseph_Liouville), [Fourier](https://fr.wikipedia.org/wiki/Jean_Baptiste_Joseph_Fourier) et d'autres étudièrent les [équations aux dérivées partielles](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quations_aux_d%C3%A9riv%C3%A9es_partielles) et l'[analyse harmonique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_harmonique_(math%C3%A9matique)). [Riemann](https://fr.wikipedia.org/wiki/Bernhard_Riemann) introduisit [sa théorie de l'intégration](https://fr.wikipedia.org/wiki/Int%C3%A9grale_de_Riemann), puis [Karl Weierstrass](https://fr.wikipedia.org/wiki/Karl_Weierstrass) sa définition des [limites](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limite_(math%C3%A9matiques)). [Richard Dedekind](https://fr.wikipedia.org/wiki/Richard_Dedekind) [construisit les nombres réels](https://fr.wikipedia.org/wiki/Construction_des_nombres_r%C3%A9els) avec [ses coupures](https://fr.wikipedia.org/wiki/Coupure_de_Dedekind). En même temps, on commença à étudier la « taille » des ensembles de réels.

En outre, des « [monstres mathématiques](https://fr.wikipedia.org/wiki/Cas_pathologique) » commencèrent à être créés. Dans ce contexte, [Camille Jordan](https://fr.wikipedia.org/wiki/Camille_Jordan_(math%C3%A9maticien)) développa sa théorie sur la [mesure](https://fr.wikipedia.org/wiki/Mesure_(math%C3%A9matiques)) et [Georg Cantor](https://fr.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor), ce qu'on appelle aujourd'hui la [théorie naïve des ensembles](https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie_na%C3%AFve_des_ensembles). Au début du [XXe siècle](https://fr.wikipedia.org/wiki/XXe_si%C3%A8cle), le calcul infinitésimal fut formalisé grâce à la [théorie des ensembles](https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie_des_ensembles). [Henri Lebesgue](https://fr.wikipedia.org/wiki/Henri_L%C3%A9on_Lebesgue) résolut le problème de [mesure](https://fr.wikipedia.org/wiki/Mesure_(math%C3%A9matiques))[[pas clair]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Wikip%C3%A9dia:Style_encyclop%C3%A9dique#Clair) et [David Hilbert](https://fr.wikipedia.org/wiki/David_Hilbert) introduisit les [espaces de Hilbert](https://fr.wikipedia.org/wiki/Espace_de_Hilbert). L'[analyse fonctionnelle](https://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_fonctionnelle_(math%C3%A9matiques)) prit son essor dans les [années 1920](https://fr.wikipedia.org/wiki/Ann%C3%A9es_1920) avec [Stefan Banach](https://fr.wikipedia.org/wiki/Stefan_Banach).

L'analyse [mathématique](http://www.universalis.fr/encyclopedie/mathematique/) est le développement des notions et résultats fondamentaux du [calcul infinitésimal](http://www.universalis.fr/encyclopedie/calcul-infinitesimal-calcul-a-une-variable/). Ce dernier s'était déjà considérablement enrichi et diversifié entre les mains des mathématiciens du xviiie siècle, avant tout [Euler](http://www.universalis.fr/encyclopedie/leonhard-euler/) et [Lagrange](http://www.universalis.fr/encyclopedie/joseph-louis-lagrange/). À partir de 1800, cette diversification s'accentue encore et s'accompagne d'un nouvel état d'esprit. Nous allons essayer, dans cet article, de donner une vue d'ensemble de cette évolution au cours du xixe siècle et au début du xxe siècle, en renvoyant pour les détails aux articles spécialisés.

Il est difficile de décrire en une phrase l'« analyse moderne », aboutissement de cette évolution ; en la prenant dans son acception la plus large, on peut dire que l'on fait de l'analyse lorsqu'on calcule sur les notions de limite ou de continuité ; il y a donc fort peu de parties des mathématiques où l'analyse n'intervienne sous une forme ou une autre.

Mais ce qui distingue l'analyse mathématique actuelle, c'est, d'une part, qu'au lieu de limiter les domaines décrits par les « variables » et les valeurs des fonctions à des ouverts dans les espaces Rn elle peut envisager le cas où ces domaines sont des variétés différentielles quelconques ; et, d'autre part, qu'elle s'appuie dans une large mesure sur les résultats généraux d'[algèbre](http://www.universalis.fr/encyclopedie/algebre/) et de [topologie](http://www.universalis.fr/encyclopedie/topologie-topologie-algebrique/) qui forment l'armature de la théorie des espaces fonctionnels.

## La théorie des fonctions analytiques

La notion de fonction remonte au xviie siècle ; mais jusque vers 1800, on admettait généralement qu'une fonction f d'une variable réelle, définie dans un intervalle, était indéfiniment dérivable, sauf en un nombre fini de points exceptionnels. On peut, pour une telle fonction, et pour tout point non exceptionnel x0, former la série de Taylor de f au point x0 :

http://www.universalis.fr/data/medias/formule/v02f0268a01.png

et comme les idées sur la convergence des séries étaient restées des plus floues, on admettait que la fonction « était » sa série de […]

**Géométrie**

Le don du Nil

Les origines de la géométrie remontent aux babyloniens et aux égyptiens (2000 ans avant notre ère). Le théorème dit «de [Pythagore](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/pythagore#signet)» est déjà connu dans des cas particuliers. Sur des tablettes babyloniennes, on a retrouvé des problèmes à caractère géométrique (calculs d’aires) dont la résolution passe par l’algèbre (équations du second degré).

La géométrie naît des exigences de la vie pratique : architecture, fabrication et décoration d’objets, … Mais c’est aux crues répétées du Nil qu’on attribue les origines de la géométrie. Elles contraignent les arpenteurs égyptiens à retracer régulièrement les limites des propriétés agricoles afin de redistribuer les terrains de façon équitable.   
Ces arpenteurs déterminent des longueurs, des surfaces divisées en rectangles, carrés et autres triangles. Ils utilisent la [corde à 13 noeuds](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/pythagore#signet2) pour marquer les angles droits et sont ainsi nommés les *tendeurs de cordes*.

Pour l’historien grec *Hérodote* (-484 ; -425), la géométrie est un **don du Nil**. Il faut dire également qu'à cette époque et durant tout le Ier millinaire de notre ère, la géométrie se confond avec les mathématiques puisque tout problème mathématique passe pour sa résolution par des concepts et des représentations géométriques.

A cette époque, on sait calculer l’aire de quadrilatères (trapèzes, rectangles) ou de triangles isocèles mais les formules de calculs ne mènent qu’à des valeurs approchées.

C’est le scribe égyptien *Ahmès* qui par son, aujourd’hui célèbre, *Papyrus Rhind* nous rapporte ces informations.



*Papyrus Rhind*

Les Ecoles grecques

Les premiers pas de la géométrie grecque se font avec [Thalès de Milet](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/thales) (-624 ; -548), connu pour avoir calculé la hauteur de la [pyramide de Kheops](http://perso.wanadoo.fr/therese.eveilleau/pages/truc_mat/textes/thales_pyramide.htm).

La géométrie devient déductive. Fini l’à-peu-près, les formules mènent à des valeurs exactes, les propriétés ne sont plus admises sur des exemples, mais sont démontrées dans le cas général.

Deux écoles marquent cette période :

- La **Fraternité pythagoricienne** de Crotone, proche d'une secte, donne une interprétation mystique des nombres. On lui attribue la découverte de l’existence d’une longueur incommensurable telle que http://www.maths-et-tiques.fr/images/M_images/Image-556.jpg(voir [Pythagore](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/pythagore#signet1)).

- L’**Ecole d’Alexandrie**, fondée en 331 avant J.C., centre intellectuel de l’époque, connaît trois des plus grands savants de l’Antiquité : [Euclide d'Alexandrie](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/euclide) (-320? ; -260?), [Archimède de Syracuse](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/archimede) (-287 ; -212) et [Apollonius de Perge](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/apollonius) (-262 ; -190).   
Les grandes découvertes du passé sont exposées et démontrées. Cette Ecole nous laisse une œuvre phénoménale, "*Les éléments"* (13 volumes), qui servira de base à la géométrie durant 2000 ans (voir [Euclide](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/euclide#signet)).

Des avancées scientifiques s’accomplissent cependant en Orient et au Moyen-Orient chez les arabes et les indiens jusqu’au XIIIème siècle.

Les arabes traduisent les œuvres grecques, développent de nouvelles méthodes de calculs d’aires et de volumes et font progresser la [trigonométrie](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/geometrie/la-trigonometrie). Ils étudient de nombreux problèmes de construction.

Citons notamment Muhammad al Biruni, [Muhammad Abu'l-Wafa](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/abul-wafa) (940 ;998) ainsi que frères Banu Musa (vers 800).

**Equations**

Le premier témoignage connu de résolution d'une équation du second degré se

trouve sur une tablette babylonienne, datant environ de 2000 avant J.-C.

Le problème est de nature arithmétique: géométriquement soustraire une longueur

d'une aire n'a pas de sens.

"La" solution est la solution positive: les nombres négatifs sont inconnus. Ce

problème va handicaper le développement de l'algèbre jusqu'au 17\_eme siècle.

Les Grecs, au contraire, découvrent l'existence des nombres irrationnels.

**Les mathématiques indiennes et arabes**

Chronologiquement ce sont les mathématiciens indiens qui prennent le relais.

Brahmagupta (598-670) écrit deux traites de mathématiques et astronomie, l'un

en 628 et l'autre en 665. Il introduit le zéro et les nombres négatifs, la règle des signes

(en termes de \fortune" et de \dette" : le produit de deux dettes est une fortune,

etc.).

Bien que les mathématiciens arabes aient connu ces travaux, ils n'ont pas fait usage

des nouveautés introduites par Brahmagupta. Le plus célèbre est al-Khwarizmi

(environ 780-850, Bagdad), qui est (indirectement) responsable des mots algorithme

(tire de son nom) et algèbre: \al-jabr" (qui signifie a peu prés \restauration") est,

avec \al-muqabala" une des deux opérations de base qui lui permettent de traiter

les equations algebriques.

**Recherche operationnelle**

Dès le [XVIIe siècle](https://fr.wikipedia.org/wiki/XVIIe_si%C3%A8cle), des [mathématiciens](https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9maticien) comme [Blaise Pascal](https://fr.wikipedia.org/wiki/Blaise_Pascal) tentent de résoudre des problèmes de décision dans l'incertain avec l'[espérance mathématique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Moyenne). D'autres, au [XVIIIe](https://fr.wikipedia.org/wiki/XVIIIe_si%C3%A8cle) et [XIXe siècle](https://fr.wikipedia.org/wiki/XIXe_si%C3%A8cle), résolvent des problèmes combinatoires. Au début du [XXe siècle](https://fr.wikipedia.org/wiki/XXe_si%C3%A8cle), l'étude de la [gestion de stock](https://fr.wikipedia.org/wiki/Gestion_de_stock) peut être considérée comme étant à l'origine de la recherche opérationnelle moderne avec la [formule du lot économique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Formule_du_lot_%C3%A9conomique) (dite formule de Wilson) proposée par Harris en [1913](https://fr.wikipedia.org/wiki/1913).

Mais ce n'est qu'avec la [Seconde Guerre mondiale](https://fr.wikipedia.org/wiki/Seconde_Guerre_mondiale) que la pratique va s'organiser pour la première fois et acquérir son nom. En [1940](https://fr.wikipedia.org/wiki/1940), [Patrick Blackett](https://fr.wikipedia.org/wiki/Patrick_Blackett) est appelé par l'[état-major](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89tat-major) anglais à diriger la première équipe de recherche opérationnelle, pour résoudre certains problèmes tels que l'implantation optimale de [radars](https://fr.wikipedia.org/wiki/Radar) de surveillance ou la gestion des convois d'approvisionnement. Le qualificatif « opérationnelle » vient du fait que la première application d'un groupe de travail organisé dans cette discipline avait trait aux opérations [militaires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Militaire). La dénomination est restée par la suite, même si le domaine [militaire](https://fr.wikipedia.org/wiki/Militaire) n'est plus le principal [champ d'application](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Champ_d%27application&action=edit&redlink=1) de cette discipline.

Après la guerre, les techniques se sont considérablement développées, grâce, notamment, à l'explosion des capacités de calcul des [ordinateurs](https://fr.wikipedia.org/wiki/Ordinateur). Les domaines d'application se sont également multipliés.

Au fil de l'histoire la collaboration entre les scientifiques et les militaires est fréquent à fin de prendre les meilleures décisions dans les batailles et d'essayer acquérir la victoire. Ce pour cela que beaucoup d'experts dans le domaine considèrent le début de la Recherche Opérationnelle dans le IIIe siècle av. J.-C, pendant les Guerres puniques, avec l'analyse et la solution qu'Archimède a proposé pour la défense de la ville de Syracuse, assiégée par les romains. Entre ses inventions on trouve la catapulte et un système de miroirs qui enflammait les embarcations ennemies en faisant usage des rayons de soleil.

En 1503, Léonard de Vinci a participé comme ingénieur dans la guerre contre Pise puisqu'il connaissait les techniques pour bombarder, construire des bateaux, des véhicules cuirassé, des canons, des catapultes et d'autres machines de guerre.

Un autre précédent c'est l'usage de la Recherche Opérationnelle pendant la Première Guerre mondiale en Angleterre, grâce à l'étude mathématique de Frederick William Lanchester sur la puissance balistique des forces opposantes. En plus, il a développé, à partir d'un système d'équations différentielles, la Loi quadratique de Lanchester, avec laquelle c'était possible de déterminer le dénouement d'une bataille militaire en fonction de la force numérique relative et la capacité relative de feu des combattants.

Thomas Alva Edison a aussi employé la Recherche Opérationnelle pour contribuer dans la lutte anti-sous-marine, en développant des techniques afin que les vaisseaux puissent éviter et détruire les sous-marins ennemis avec une protection anti-torpille.

Du point de vue mathématique, dans les XVIIe et XVIIIe siècles, Newton, Leibnitz, Bernoulli et Lagrange, ont travaillé pour obtenir le maximum et le minimum conditionnés de certaines fonctions. Le mathématicien français Jean Baptiste-Joseph Fourier a ébauché les méthodes de l'actuelle optimisation linéaire. Dans les dernières années du XVIIIe siècle, Gaspar Monge a établi les précédents de la méthode graphique grâce au développement de la Géométrie Descriptive.

A la fin du XIXe siècle, Frederik Winslow Taylor a réalisé une étude qui a permis maximiser le rendement des mineurs, dans laquelle la seule variable significative c'était le poids combiné de la pelle et sa charge. De cette manière, on a créé des pelles par rapport aux différents types de matérielles qu'on allait utiliser avec.

Janos Von Neumann a publié en 1928 la "Théorie des jeux", qui a fournie des fondements mathématiques à l'optimisation linéaire. Ultérieurement, en 1947, il a aperçu la similitude entre les problèmes de l'optimisation linéaire et la théorie des matrices qu'il avait développés.

En 1939, le mathématicien Russe Leonid Vitálievich Kantoróvich et le Hollandais Tjalling Charles Koopmans ont créé la théorie mathématicienne nommée "Optimisation Linéaire", ce pour cela qu'ils ont reçu le prix Nobel d'économie.

En 1945, George Joseph Stigler a posé le problème du régime (ou [problème de la diète](http://www.phpsimplex.com/fr/probleme_diete.htm)), à la suite du souci de l'armée américaine pour assurer les requêtes nourrissantes essentielles pour ses troupes au moindre cout possible. Il s'agissait de déterminer la quantité entre 77 aliments diverses qu'un homme de taille moyenne, d'environ 70Kg, devrait ingérer par jour, de sorte que les besoins minimaux de nutriments soient pareilles aux conseillés par le Conseil National de Recherche Nord-Américain. Le problème a été résolu manuellement utilisant une méthode heuristique qui examinait 510 possibilités différentes de combinaison d'aliments, et dont la solution ne différait que quelques centimes de la solution fournie plus tard par la méthode du Simplexe.

Pendant les années 1941 et 1942, Kantorovich et Koopmans ont analysé de manière indépendante le problème du transport pour la première fois. Ce type de problèmes étaient connus comme le problème de Koopmans-Kantorovich. Pour la solution, ils ont employé des méthodes géométriques liés avec le théorème de Minkowski.

On croit que Charles Babbage est le père de la Recherche Opérationnelle en raison de ses recherches sur les coûts du transport et de tri du courrier réalisé pour la Uniform Penny Post en Angleterre en 1840.

Néanmoins, la Recherche Opérationnelle n'était pas considérée comme une science que jusqu'à la Seconde Guerre mondiale, pendant la bataille d'Angleterre. La Luftwaffe, armée de l'air allemande, soumettait ce pays à une forte poursuite dû à la réduite capacité aérienne britannique à cause de la politique de désarmement, bien qu'expérimentée dans le combat. Le gouvernement britannique, à fin de trouver une méthode pour défendre son pays, a convoqué des scientifiques de diverses disciplines pour résoudre le problème et profiter aux radars d'invention récents qu'ils disposaient. Grâce à son travail de localisation optimal des antennes et à l'amélioration de la distribution des signaux, ils ont doublé l'effectivité du système de défense aérienne et ils ont évité que l'île tombe entre les mains de l'Allemagne nazi.

**Nombres**

L'histoire des mathématiques est précédée d'une longue préhistoire dont nous avons des traces remontant à 4000 ans. Les animaux supérieurs, les jeunes enfants perçoivent dans notre monde deux entités abstraites fondamentales : le nombre et la forme. L'arithmétique et la géométrie furent ainsi, longtemps distinctes, les deux sciences fondamentales. Au départ la connaissance des nombres chez l'homme n'est pas très fine. L'homme, dans les sociétés primitives, ne distingue pas deux ensembles équipotents, il sait à peine compter : un, deux, beaucoup. "Beaucoup" se dit "très" en latin : ce mot subsiste encore aujourd'hui en français : "très" mais aussi "trois"!

**Notations au cours des âges :**

Les plus anciennes civilisations observaient la ronde des astres dans le ciel. Nous savons ainsi que les Sumériens d'Uruk et de Nippur (-3000) utilisaient déjà un calendrier lunaire. Et l'idée leur vint de représenter les nombres par des symboles : la lune représente l'unité et des lunes accolées les nombres suivants. La nécessité de faire des comptes et de les écrire conduit à utiliser des abréviations plus commodes. La barre verticale ou oblique tient lieu alors d'unité (phénicien, Syriaque, Nabatéen, Grec ancien, Sudarabique, Indien). Les ensembles de cinq, dix ou vingt unités sont abrégés par des symboles spéciaux éventuellement dérivés de leur nom. Tous ces systèmes sont additifs, c'est-à-dire que le nombre codé est la somme des symboles représentés.

Le zéro est utilisé depuis le IIe siècle av. J.-C. pour signifier une place vide.

Il apparaît comme chiffre dans un livre de Bakhshali publié au IIIe siècle.

Les [Hindous](http://villemin.gerard.free.fr/Esprit/Hindous.htm) considéraient le non-être comme un élément positif et une étape vers le nirvâna. C'est pourquoi, il semble être les seuls à avoir traité le zéro à part entière. Ils appréciaient ce symbole pour sa connotation mathématique comme métaphysique. C'est un espace vide, mais dynamique et riche de potentialités. Le zéro ne représente rien mais peut donner naissance à d'autres nombres. Il était représenté par un coquillage sur papier végétal ou une tête gravée dans la pierre.

En 628, le savant [Brahmagupta](http://villemin.gerard.free.fr/Esprit/Date0.htm#Brahma) dans son traité " Brahma-sphutasiddhârta ", définit le zéro comme la soustraction d'un nombre par lui-même: a – a = 0 et il en décrit les propriétés:

a + 0 = a

a – 0 = a

a . 0 = 0

Il va jusqu'à affirmer que la [division](http://villemin.gerard.free.fr/Calcul/Operatio/DivInit.htm) par zéro est une définition de [l'infini](http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Nombre/InfiniP1.htm).

Le zéro apparut vraiment vers 870 dans des écrits hindous.

* + À l'origine le mot hindous " sunya " ou " shûnya " signifie vide, néant.
  + Au IXe siècle, les Indiens l'utilisaient dans leur système numérique de position.
  + Au 12e siècle, le zéro est représenté par un point, le ***bindu.***

***Mayas:***

Au 3e siècle, trois siècles avant les Indiens, les [Mayas](http://villemin.gerard.free.fr/NbInsoli/N05Maya.htm#maya) avaient développé un système de numération très poussé, basé sur l'art du calendrier et de l'astronomie.

Ils avaient, eux aussi, inventé une numération de position à [base 20](http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Numerati/aaaBASE/B20.htm) et comportant le zéro.

***Arabes et la suite:***

En 773, chez le calife de Bagdad, un indien apporte des écrits d'astronomie dus à Brahmagupta.

C'est [Al-Khwarizmi](http://villemin.gerard.free.fr/Esprit/Date0.htm#Khwarizmi) qui les exploite et publie un livre en 820, présentant les nouveaux chiffres indiens. Ce livre sera traduit par Robert de Chester en Espagne au début XIIe siècle.

Par ailleurs, les Arabes traduisirent le mot indien " sunya " qui signifie "vide" en " as-sifr ".

* + Ce mot passe en Allemagne au XIIIe siècle et devient " cifra " puis " zyphra ", traduit en latin par " zephirum " et introduit par [Fibonacci](http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Iteration/Fibonacc.htm) au XIIIe siècle pour désigner le zéro.
  + En italien, il se transforme en " zephiro ", " zeuero ", " cero " et, enfin, " zéro " en français.
  + Le même mot, transformé en " [chiffre](http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Numerati/Langue.htm) ", en vint aussi à désigner l'ensemble des symboles de la numération arabo-indienne.
  + "Cifra" donnera "cipher en anglais: code secret

Jusqu'à là, le monde occidental utilisait encore le laborieux système des chiffres [romains](http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Numerati/Romain.htm). Le zéro fut assimilé à un instrument du [Diable](http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Esoteris/Bete666.htm), mais les marchands l'imposèrent avec le système décimal car il facilitait grandement les calculs. À noter que pour éviter les erreurs, les marchands écrivaient les sommes en toutes lettres. La voie du progrès scientifique et mathématique de la renaissance était ouverte.

**Logique**

La logique mathématique[[2]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique_math%C3%A9matique#cite_note-2) est née à la fin du XIXe siècle de la [logique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique) au sens philosophique du terme ; elle est l'une des pistes explorées par les mathématiciens de cette époque afin de résoudre la [crise des fondements](https://fr.wikipedia.org/wiki/Crise_des_fondements) provoquée par la complexification des mathématiques et l'apparition des [paradoxes](https://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe). Ses débuts sont marqués par la rencontre entre deux idées nouvelles :

* la volonté chez [Frege](https://fr.wikipedia.org/wiki/Gottlob_Frege), [Russell](https://fr.wikipedia.org/wiki/Bertrand_Russell), [Peano](https://fr.wikipedia.org/wiki/Giuseppe_Peano) et [Hilbert](https://fr.wikipedia.org/wiki/David_Hilbert) de donner une [fondation](https://fr.wikipedia.org/wiki/Fondation_des_math%C3%A9matiques) axiomatique aux mathématiques ;
* la découverte par [George Boole](https://fr.wikipedia.org/wiki/George_Boole) de l'existence de [structures](https://fr.wikipedia.org/wiki/Structure_(math%C3%A9matiques)) [algébriques](https://fr.wikipedia.org/wiki/Structure_alg%C3%A9brique) permettant de définir un « calcul de vérité ».

La logique mathématique se fonde sur les premières tentatives de traitement formel des mathématiques, dues à [Leibniz](https://fr.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_von_Leibniz) et [Lambert](https://fr.wikipedia.org/wiki/Johann_Heinrich_Lambert) (fin XVIIe siècle - début XVIIIe siècle). Leibniz a en particulier introduit une grande partie de la notation mathématique moderne (usage des quantificateurs, symbole d'intégration, etc.). Toutefois on ne peut parler de logique mathématique qu'à partir du milieu du XIXe siècle, avec les travaux de [George Boole](https://fr.wikipedia.org/wiki/George_Boole) (et dans une moindre mesure ceux d'[Auguste De Morgan](https://fr.wikipedia.org/wiki/Auguste_De_Morgan)) qui introduit un calcul de vérité où les combinaisons logiques comme la conjonction, la disjonction et l'implication, sont des opérations analogues à l'addition ou la multiplication des entiers, mais portant sur les valeurs de vérité *faux* et *vrai* (ou 0 et 1) ; ces opérations *booléennes* se définissent au moyen de *tables de vérité*.

Le calcul de Boole véhiculait l'idée apparemment paradoxale, mais qui devait s'avérer spectaculairement fructueuse, que le langage mathématique pouvait se définir mathématiquement et devenir un objet d'étude pour les mathématiciens. Toutefois il ne permettait pas encore de résoudre les problèmes de fondements. Dès lors, nombre de mathématiciens ont cherché à l'étendre au cadre général du raisonnement mathématique et on a vu apparaître les *systèmes logiques formalisés* ; l'un des premiers est dû à [Frege](https://fr.wikipedia.org/wiki/Gottlob_Frege) au tournant du XXe siècle.

En [1900](https://fr.wikipedia.org/wiki/1900) au cours d'une très célèbre conférence au [congrès international des mathématiciens](https://fr.wikipedia.org/wiki/Congr%C3%A8s_international_des_math%C3%A9maticiens) à Paris, [David Hilbert](https://fr.wikipedia.org/wiki/David_Hilbert) a proposé une liste des [23 problèmes](https://fr.wikipedia.org/wiki/Probl%C3%A8mes_de_Hilbert) non résolus les plus importants des mathématiques d'alors. Le deuxième était celui de la cohérence de l'[arithmétique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Arithm%C3%A9tique), c’est-à-dire de démontrer par des moyens *finitistes* la non-contradiction des axiomes de l'arithmétique.

Le *programme de Hilbert* a suscité de nombreux travaux en logique dans le premier quart du siècle, notamment le développement de systèmes d'axiomes pour les mathématiques : les [axiomes de Peano](https://fr.wikipedia.org/wiki/Axiomes_de_Peano) pour l'[arithmétique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Arithm%C3%A9tique), ceux de [Zermelo](https://fr.wikipedia.org/wiki/Ernst_Zermelo) complétés par [Skolem](https://fr.wikipedia.org/wiki/Thoralf_Skolem) et [Fraenkel](https://fr.wikipedia.org/wiki/Abraham_Adolf_Fraenkel) pour la [théorie des ensembles](https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie_des_ensembles) et le développement par [Whitehead](https://fr.wikipedia.org/wiki/Alfred_North_Whitehead) et [Russell](https://fr.wikipedia.org/wiki/Bertrand_Russell) d'un programme de formalisation des mathématiques, les [Principia Mathematica](https://fr.wikipedia.org/wiki/Principia_Mathematica). C'est également la période où apparaissent les principes fondateurs de la [théorie des modèles](https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie_des_mod%C3%A8les) : notion de *modèle* d'une théorie, [théorème de Löwenheim-Skolem](https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_de_L%C3%B6wenheim-Skolem).

La [logique chinoise](https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique_chinoise) est longtemps restée isolée des développements de la logique en Europe et dans le monde arabo-musulman.

La fondation de l'école du [moïsme](https://fr.wikipedia.org/wiki/Mo%C3%AFsme) est attribuée à [Mozi](https://fr.wikipedia.org/wiki/Mozi). Ses canons ont trait à la dérivation d'inférences valides et aux conditions selon lesquelles on peut tirer des conclusions valides. Une école dérivée dite des *Logiciens* se voit parfois attribuer la découverte des bases de la [logique mathématique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique_math%C3%A9matique)[[réf. nécessaire]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Aide:R%C3%A9f%C3%A9rence_n%C3%A9cessaire).

Cependant, de par la montée en pouvoir du [légisme](https://fr.wikipedia.org/wiki/L%C3%A9gisme) de la [Dynastie Qin](https://fr.wikipedia.org/wiki/Dynastie_Qin), cette voie de recherche disparaît jusqu'à l'introduction de la [philosophie indienne](https://fr.wikipedia.org/wiki/Philosophie_indienne), par le biais du [bouddhisme](https://fr.wikipedia.org/wiki/Bouddhisme).

**Logique indienne**

Des six écoles de pensée indiennes, deux ont trait à la logique : [Nyaya](https://fr.wikipedia.org/wiki/Nyaya) et [Vaisheshika](https://fr.wikipedia.org/wiki/Vaisheshika). Une école [réaliste](https://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9alisme) Nyaya de [Gotama](https://fr.wikipedia.org/wiki/Gotama) établit un schéma d'[inférence](https://fr.wikipedia.org/wiki/Inf%C3%A9rence) à cinq parties : la [prémisse](https://fr.wikipedia.org/wiki/Pr%C3%A9misse) initiale, la raison, un exemple, une application et une conclusion.[[réf. nécessaire]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Aide:R%C3%A9f%C3%A9rence_n%C3%A9cessaire) La [philosophie bouddhiste](https://fr.wikipedia.org/wiki/Philosophie_bouddhiste) devient la principale opposition à cette école. C'est l'analyse "catuskoti" ou de [tétralemme](https://fr.wikipedia.org/wiki/T%C3%A9tralemme) qui consiste à systématiquement falsifier toute proposition. Ceci se fait en quatre étapes : on examine et rejette une proposition, on rejette sa négation, on rejette son affirmation et sa négation et, finalement, on rejette son affirmation et sa falsification.[[réf. nécessaire]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Aide:R%C3%A9f%C3%A9rence_n%C3%A9cessaire)

C'est toutefois plus tard que la philosophie bouddhiste atteint son apogée avec [Dignaga](https://fr.wikipedia.org/wiki/Dignaga) et [Dharmakirti](https://fr.wikipedia.org/wiki/Dharmakirti). Une doctrine « de la différentiation » est développée : on pourrait dire qu'il s'agit d'une théorie de définition des propriétés d'inclusion et d'exclusion.[[réf. nécessaire]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Aide:R%C3%A9f%C3%A9rence_n%C3%A9cessaire) Au [XVIe siècle](https://fr.wikipedia.org/wiki/XVIe_si%C3%A8cle), l'école de [Navya-Nyāya](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Navya-Ny%C4%81ya&action=edit&redlink=1) introduisait une analyse formelle de l'inférence.

**La logique indienne et l'hexagone logique**

Dans *La Logique et son histoire, d'Aristote à Russell*[[1]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_de_la_logique#cite_note-1) [Robert Blanché](https://fr.wikipedia.org/wiki/Robert_Blanch%C3%A9) mentionne que [Józef Maria Bocheński](https://fr.wikipedia.org/wiki/J%C3%B3zef_Maria_Boche%C5%84ski) parle d’une sorte de triangle logique indien qu’il convient d’opposer au carré d’Aristote (ou carré d'Apulée) et qui annonce l'[hexagone logique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Hexagone_logique). Il semble qu'avec ce triangle logique, la logique indienne propose une approche du problème posé par les propositions particulières du langage naturel. Si l'hexagone logique de Blanché est plus complet et plus puissant par son pouvoir d'explication des relations entre logique et langage naturel, il se pourrait que la logique indienne soit supérieure à la logique d'Aristote.[[pas clair]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Wikip%C3%A9dia:Style_encyclop%C3%A9dique#Clair)

**Époque babylonnienne**

La rigueur est une caractéristique de la société babylonnienne qui préfigure le raisonnement logique[[2]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_de_la_logique#cite_note-2). Cela se manifeste dans le [Code d'Hammurabi](https://fr.wikipedia.org/wiki/Code_d%27Hammurabi) où le droit est établi sur des règles précises qui relient la peine encourue au délit perpétré. De même, les premiers algorithmes écrits sur des tablettes d'argile décrivent des calculs parfois très sophistiqués suivant un schéma très précis.

**Antiquité grecque**

Articles détaillés : [Philosophie de la Grèce antique](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Philosophie_de_la_Gr%C3%A8ce_antique&action=edit&redlink=1) et [Mathématiques de la Grèce antique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques_de_la_Gr%C3%A8ce_antique).

Dans le [monde occidental](https://fr.wikipedia.org/wiki/Civilisation_occidentale), les bases de la [logique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique) qui ont été formalisées par [Aristote](https://fr.wikipedia.org/wiki/Aristote) et [Euclide](https://fr.wikipedia.org/wiki/Euclide), perdurent jusqu'à notre époque. Cependant, leurs approches distinctes[[réf. nécessaire]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Aide:R%C3%A9f%C3%A9rence_n%C3%A9cessaire) ne se rejoindront qu'au siècle dernier.

L'objet de la [logique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique) d'[Aristote](https://fr.wikipedia.org/wiki/Aristote) est l'analyse des formes de [pensée](https://fr.wikipedia.org/wiki/Pens%C3%A9e) permettant de construire un [discours](https://fr.wikipedia.org/wiki/Discours) (*logos* en [grec](https://fr.wikipedia.org/wiki/Grec_ancien)) philosophique cohérent. Le traité original, appelé [Organon](https://fr.wikipedia.org/wiki/Organon), formalisé au [XIIIe siècle](https://fr.wikipedia.org/wiki/XIIIe_si%C3%A8cle), structure la logique à partir de [concepts](https://fr.wikipedia.org/wiki/Concepts_logiques) comme la [catégorie](https://fr.wikipedia.org/wiki/Cat%C3%A9gories_(Aristote)) ou le [syllogisme](https://fr.wikipedia.org/wiki/Syllogisme) dont on trouve encore des [analogies](https://fr.wikipedia.org/wiki/Analogie) avec la [logique mathématique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique_math%C3%A9matique) actuelle.

[Euclide](https://fr.wikipedia.org/wiki/Euclide) (vers -325, mort vers -265) est un formalisateur qui expose sa doctrine dans un ouvrage appelé [Eléments](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89l%C3%A9ments_d%27Euclide), constitué de 13 livres. Son objectif se limite à fonder un corpus logique suffisant pour les [mathématiques](https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques). Les éléments fondamentaux qu'il appelle « notion ordinaire » ou [postulat](https://fr.wikipedia.org/wiki/Postulat) sont spécifiques aux mathématiques. Ils ne peuvent prétendre à la généralité que couvre la logique d'Aristote, qui est essentiellement à finalité philosophique. Un exemple de postulat est : « Un segment de droite peut être tracé en joignant deux points quelconques.»[[réf. nécessaire]](https://fr.wikipedia.org/wiki/Aide:R%C3%A9f%C3%A9rence_n%C3%A9cessaire)

La [Grèce antique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Gr%C3%A8ce_antique) a vu aussi une autre forme de [logique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Logique), la logique mégarico-stoïcienne, très différente dans ses principes (voir [Stoïcisme](https://fr.wikipedia.org/wiki/Sto%C3%AFcisme)).